2024年硕士研究生入学考试自命题考试大纲

**考试科目代码：[ ] 考试科目名称：复变函数**

一、试卷结构

1) 试卷成绩及考试时间

本试卷满分为150分，考试时间为120分钟。

2)答题方式：闭卷、笔试。

3)试卷内容结构

严镇军编著，中国科学技术大学出版社出版的《复变函数》第一章至第六章。

4)题型结构

a: 填空题，5小题，每小题6分，共30分；

b: 计算题，6小题，每小题15分，共90分；

c: 证明题，2小题，每小题15分，共30分。

二、考试内容与考试要求

**1、复数和平面点集**

**考试内容**

复数的四则运算、共轭复数的定义、复数的几何表示、模和辐角的定义、复数序列的极限、无穷远点、平面点集的一些基本概念。

**考试要求**

（1）掌握复数的定义，掌握复数四则运算的规律。

（2）理解共轭复数的定义，掌握复数、共轭复数及复数的实部、虚部之间的关系。

（3）理解复数的几何表示，掌握常用的平面曲线的复数表示，熟练掌握复数的模、辐角的计算。

（4）掌握复数序列极限的定义、复数序列收敛的充要条件，理解无穷远点的定义。

（5）理解平面点集的基本概念。

**2、复变数函数**

**考试内容**

复变函数的定义、函数极限、函数的连续性、导数和解析函数的定义、柯西-黎曼方程、初等函数。

**考试要求**

（1）理解复变函数的概念。

（2）掌握函数极限的定义，能够计算复变函数的极限。

（3）掌握函数连续的概念。

（4）理解复变函数导数的概念，掌握函数解析的定义，理解可微与解析的区别，能够利用求导法则计算函数的导数。

（5）理解柯西-黎曼方程的推导过程，掌握函数可微的充要条件。

（6）掌握幂函数、根式函数、指数函数、对数函数、三角函数、一般幂函数、反三角函数的定义，理解支点、支割线的概念。

**3、解析函数的积分表示**

**考试内容**

复变函数的积分、柯西积分定理、原函数、柯西积分公式、解析函数的平均值定理、最大模原理、柯西不等式、刘维尔定理、莫雷拉定理。

**考试要求**

（1）理解复变函数积分的定义，能够利用积分的定义计算一些简单的积分问题，掌握复变函数积分的基本性质。

（2）理解和掌握柯西积分定理，理解多连通区域的柯西定理，能够利用柯西积分定理计算积分问题。

（3）理解原函数的概念，了解原函数之间的关系，能够利用原函数计算复变函数的积分。

（4）深刻理解柯西积分公式，了解柯西积分公式的推导过程，理解任意阶导数的柯西积分公式，能够利用柯西积分公式计算函数的积分问题。

（5）熟练掌握解析函数的性质，能够利用解析函数的性质证明一些简单的证明题。

**4、调和函数**

**考试内容**

调和函数的定义、调和函数与解析函数的关系、调和函数的性质。

**考试要求**

（1）掌握调和函数的定义。

（2）掌握调和函数和解析函数的关系，能够利用给定的调和函数构造解析函数。

（3）理解调和函数的性质，如平均值定理、极值原理，理解调和函数的泊松积分公式。

**5、解析函数的级数展开**

**考试内容**

复级数的定义、幂级数、解析函数的泰勒展开、罗朗展开、解析函数的孤立奇点。

**考试要求**

（1）理解复数项级数的定义，掌握复数项级数的基本性质，理解绝对收敛、条件收敛的概念，理解复变函数项级数的定义，能够利用判别法判别级数的敛散性。

（2）理解幂级数的概念，理解阿贝尔定理，理解收敛半径的概念，能够利用达朗贝尔公式、柯西公式计算收敛半径。

（3）理解解析函数的泰勒展开，了解常见函数的泰勒展开，能够将函数在给定点处泰勒展开。

（4）理解解析函数孤立奇点的定义，了解可去奇点、极点和本性奇点的区别，能够判别孤立奇点的类别。

**6、留数及其应用**

**考试内容**

留数定理、留数的计算、利用留数计算实积分、辐角原理、儒歇定理。

**考试要求**

（1）理解和掌握留数定理，能够利用留数定理计算复变函数的留数及复变函数的积分。

（2）能够利用留数定理计算几类具有特殊形式的积分.

（3）理解和掌握辐角原理及儒歇定理，能够判断多项式在给定区域内零点个数。

三、参考书目

1、严镇军编 ，复变函数 (第二版)，中国科学技术大学出版社, 合肥（2001）；

2、史济怀、刘太顺编，复变函数 (第一版)，中国科学技术大学出版社，合肥（2021）。